

**MATEMÀTIQUES****OBSERVACIONS:**

1. Cal presentar el treball a mà, escrit per les dues cares.
2. Es pot presentar el treball en full blanc o quadriculat, sempre en dossier.

1.- Simplifica les següents expressions:

$$a) \frac{6^3 \cdot 3^5 \cdot 8^2}{12^4 \cdot 18^2} \quad b) \left(\frac{2}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 \quad c) \frac{14^3 \cdot 15^2}{21^4 \cdot 10^3} \quad d) \frac{(a^2 bc)^3}{(a^3 b^2 c^{-1})^4}$$

$$e) \frac{(a^2 bc^{-1})^2 (a b^2 c)^3}{(a^2 bc^2)^4} \quad f) \frac{[(a^3 b^2 c)^2 ab]^3}{[(abc)^3 ab^{-1}c]^2}$$

2.- Resol:

$$a) \frac{x+1}{2} - \frac{2x-1}{3} = \frac{2x+2}{6} - \frac{x}{4} \quad b) \frac{x-5}{4} + \frac{x-1}{2} = \frac{4(x-3)}{6} - \frac{2(3x-3)}{12}$$

3.- Troba el valor de k en l'equació  $2(x-2)+3x=k(x-1)-5$  perquè l'equació tingui solució per a  $x=-5$

4.- Troba el valor de k per tal que l'equació  $x^2+kx+16=0$  tingui:

- a) Dues solucions    b) Una solució doble    c) Cap solució

5.- Resol:

$$a) \sqrt{x-5} = 3 \quad b) 4 - \sqrt{2x+6} = 0 \quad c) 2x + \sqrt{x} = 4 - x$$

$$d) \sqrt{x+21} - \sqrt{x} = 1$$

6. Resol les següents inequacions:

a)  $3x + 2(x-2) \geq 8$

b)  $5(x-2) > 3(3x+6)$

c)  $6(3+2x) - 5 \leq 2(x-3)$

d)  $2(3x-5) - 7 \geq 6x - 3(5-3x) + 4$

7.- Calcula els valors de a i b perquè la divisió  $(x^4+ax^2+bx-30) : (x^2-4x-5)$  sigui exacta.

8.- Donat el polinomi:  $P(x)=x^5+5x^4+x^3-13x^2-2x+k$

a) Troba el valor de k perquè sigui divisible entre  $(x+4)$

b) Fes que en dividir-lo entre  $(x+3)$  el residu sigui 36

9.- Factoritza i simplifica les fraccions algebraïques següents:

a)  $\frac{x^2 - 4}{x^2 + 9x + 14}$     b)  $\frac{x^3 + 3x^2 - x - 3}{x^3 + 5x^2 + 7x + 3}$     c)  $\frac{6x^3 - 42x + 36}{3x^3 - 3x^2 - 12x + 12}$     d)  $\frac{x^4 - 5x^3 - 8x^2 + 12x}{x^3 - 3x^2 - 16x - 12}$

10.- Desenvolupa, aplicant el Binomi de Newton:    a)  $(x+1)^7$     b)  $(4-2x)^3$

11.- Desenvolupa, aplicant el Binomi de Newton:    a)  $\left(\frac{x^2-1}{2}\right)^5$     b)  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^8$

12.- Calcula el terme 8 del desenvolupament de  $(1-x)^{10}$

13.- Calcula el terme 5 del desenvolupament de  $(2x-2)^8$

14.- Calcula el terme de grau 6 en el desenvolupament de:  $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^9$

15.-Escriu com a producte de factors de primer grau (si és possible) els polinomis següents:

a)  $x^3 - 3x^2 - 6x + 8$

b)  $-2x^3 + 2x^2 + 18x - 18$

c)  $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

d)  $3x^3 - x^2 - 7x + 5$

e)  $-x^3 + 25x$

f)  $x^3 - 8$

16.-Calcula els angles de un triangle isòsceles de base 50 cm i costats iguals 40 cm cadascuna.

17.-Calcula l'altura de una antena de radio si la seva ombra fa 100 m quan los rajos del Sol formen un angle de  $30^\circ$  amb la horitzontal

18.-Dos dels costats d'un paral·lelogram mesuren 6 cm y 8 cm, i formen un angle de  $32^\circ$ . Quant mesuren les diagonals?

19.-Calcula els costats d'un paral·lelogram amb diagonals 20 cm i 15 cm respectivament i que formen entre sí un angle de  $42^\circ$ .

20.-Expressa  $\sin 3x$  en funció de  $\sin x$

21.- Transforma en suma o resta de sinus o cosinus la fórmula següent:  $\sin 5x \cdot \cos 3x$

22.-Resuelve las ecuaciones::

$$7^{x^2-3x+2} = 1$$

$$6^{\frac{1-3x}{4}} = 1296$$

$$3^{2x-1} - 8 \cdot 3^{x-1} = 3$$

$$9^{x-2} = 3^{3x+1}$$

$$4^{x+1} + 2^{x+3} = 320$$

$$5^{3x+1} = 25^{x-5}$$

$$3^{2(x+1)} - 18 \cdot 3^x + 9 = 0$$

$$4^{2x-1} = \left(\frac{1}{8}\right)^{-3}$$

$$2^{2x-1} - 5 \cdot 2^{x-1} + 2 = 0$$

$$3^{2x-3} = \left(3^3\right)^{\frac{x+1}{3}}$$

$$6^x - 9 \cdot 6^{-x} + 8 = 0$$

$$7^{2x+1} - 2 \cdot 7^{x+1} + 7 = 0$$

$$\log \sqrt{3x+4} + \frac{1}{2} \log (5x+1) = 1 + \log 3$$

$$(x^2 - 5x + 9) \log 2 + \log 125 = 3$$

$$(x^2 - 4x + 7) \log 5 + \log 16 = 4$$

$$3 \log x - \log 32 = \log \frac{x}{2}$$

$$2 \log x = \log \frac{x}{2} - 1$$

$$5 \log \frac{x}{2} + 2 \log \frac{x}{3} = 3 \log x - \log \frac{32}{9}$$

$$2 \log x = 3 + \log \frac{x}{10}$$

$$2 \log x - \log (x-16) = 2$$

$$\log \sqrt{3x+1} - \log \sqrt{2x-3} = 1 - \log 5$$

$$\log (5x-3)^2 + \log (2x+3)^2 = 2$$

$$\frac{\log 3 + \log (11-x^3)}{\log (5-x)} = 2$$

$$\log (28-x^3) - 3 \log (4-x) = 0$$

### EJERCICIOS GEOMETRIA

23.- Dados los puntos  $P(3, 9)$  y  $Q(8, -1)$ :

- a) Halla el punto medio de PQ.
- b) Halla el simétrico de P respecto de Q.
- c) Halla el simétrico de Q respecto de P.

24.- Escribe las ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por:

- a)  $P(5, -2)$  y  $Q(0, 4)$     b)  $M(3, 7)$  y  $N(3, 0)$

25.- Escribe la ecuación de la recta de pendiente 3 y cuya ordenada en el origen es  $-5$ .

26.- ¿Cuál es la posición relativa de estos dos pares de rectas?

a)  $3x + 5y - 8 = 0$   
 $6x + 10y + 4 = 0$

b)  $2x + y - 4 = 0$   
 $x - y = 0$

27.- Obtén la distancia entre los siguientes pares de puntos:

- a)  $(3, -5)$ ,  $(1, 4)$     b)  $(0, 7)$ ,  $(-5, 7)$

28.- Halla la ecuación de la paralela a  $2x - 3y = 0$  cuya ordenada en el origen es  $-2$

29.- Dada la recta  $4x + 3y - 6 = 0$ , escribe la ecuación de la recta perpendicular a ella en el punto de corte con el eje de ordenadas.

30.- Halla el punto simétrico de  $P(1, -2)$  respecto del punto  $H(3, 0)$ .

31.- Halla las coordenadas del vértice D del paralelogramo ABCD, sabiendo que

$A(1, 2)$ ,  $B(5, -1)$  y  $C(6, 3)$ .

32.- Calcula la distancia del origen de coordenadas a las siguientes rectas:

- a)  $3x - 4y + 12 = 0$     b)  $2y - 9 = 0$     c)  $x = 3$     d)  $3x - 2y = 0$

33.- Calcula el valor de a para que la distancia del punto  $P(1, 2)$  a la recta  $ax + 2y - 2 = 0$  sea igual a  $\sqrt{2}a$

34.- En el triàngulo de vértices  $A(-2, 3)$ ,  $B(5, 1)$ ,  $C(3, -4)$ , halla las ecuaciones de:

a) La altura que parte de B.

b) La mediana que parte de B.

c) La mediatriz del lado CA.

35.- Las ecuaciones de los lados del triángulo ABC son  $AB: x + 2y - 4 = 0$ ,  $AC: x - 2y = 0$ ,  $BC: x + y = 0$ . Halla:

a) Los vértices del triángulo.

b) El vector que une los puntos medios de AB y AC. Comprueba que es paralelo a BC.

36.- Halla el área del cuadrilátero de vértices:  $A(-4, 3)$ ,  $B(0, 5)$ ,  $C(4, -2)$  y  $D(-3, -2)$

37.- Calcula el área del triángulo cuyos lados están sobre las rectas:

$$r: x = 3 \quad s: 2x + 3y - 6 = 0 \quad t: x - y - 7 = 0$$

38.- En el triángulo de vértices  $A(-1, -1)$ ,  $B(2, 4)$  y  $C(4, 1)$ , halla las longitudes de la mediana y de la altura que parten de B.

39.- Halla el punto de la recta  $3x - 4y + 8 = 0$  que equidista de  $A(-6, 0)$  y  $B(0, -6)$ .

40.- La recta  $x + y - 2 = 0$  y una recta paralela a ella que pasa por el punto  $(0, 5)$  determinan, junto con los ejes de coordenadas, un trapecio isósceles. Halla su área.

## EJERCICIOS DE LÍMITES

1. Calcula los siguientes límites:

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^3 + 2x^2 - 3x}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3x + 1}{x^2 + 2}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x} - 1}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 4x^2 + 5x - 2}{x^3 - x^2 - x + 1}$$

$$e) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + x^4}{x^6 - x^2}$$

$$f) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2-x} - \sqrt{2+x}}{x^2 + x}$$

$$g) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{x+2} - 2}$$

$$h) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 5x^3 + 9x^2 - 7x + 2}{x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 1}$$

$$i) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{3 - \sqrt{5+x}}{2 - \sqrt{8-x}}$$

$$j) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x-1} - 1}{\sqrt{x+2} - 2}$$

2. Calcula los siguientes límites:

$$a) \lim_{x \rightarrow 1^+} \left( \frac{1}{x^2 - 1} - \frac{1}{x^3 - 1} \right)$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{1}{x-2} - \frac{2+2x-x^2}{x^2-2x} \right)$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 2^+} \left( \frac{1}{x^2 - 4} \right)^{\frac{1}{x+2}}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{3-x}{2+x} \right)^x$$

$$e) \lim_{x \rightarrow 0} (1+3x)^{\frac{2}{x}}$$

$$f) \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x^2 + x + 1}{2+x} \right)^{\frac{1}{x-1}}$$

$$g) \lim_{x \rightarrow 0} (1+x+x^2)^{\frac{1}{x}}$$

$$h) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(3x+5)(5x+2)}{-(x-3)^2}$$

$$i) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( x^2 - \frac{x^4 + 1}{x^2 - 1} \right)$$

$$j) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 9} - 3}{\sqrt{x^2 + 4} - 2}$$

$$k) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 3x + 2} - \sqrt{x^2 - x})$$

$$l) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{\sqrt{x^2 - 1}} \right)^{\frac{2x+3}{x-2}}$$

$$m) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + 2} \right)^{\frac{x^2 + 1}{x}}$$

### EJERCICIOS DE DOMINIOS

Determina el dominio de las funciones:

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2-4}}{x^2-6x+8} \quad g(x) = \log\left(\frac{x-5}{x^2-9}\right)$$

### EJERCICIOS DE CONTINUIDAD

Realiza el estudio completo de las funciones siguientes:

$$f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+3x-4}$$

$$g(x) = \sqrt{\frac{x+5}{x^2-5x+6}}$$

$$h(x) = \begin{cases} 3x+2 & \text{si } x < 0 \\ x^2 + 2a \cos x & \text{si } 0 \leq x \leq \pi \\ ax^2 + b & \text{si } x > \pi \end{cases}$$

$$m(x) = \begin{cases} x+3 & \text{si } x < -2 \\ 1 & \text{si } -2 \leq x \leq 1 \\ 2x+1 & \text{si } 1 < x < 3 \\ -2x+13 & \text{si } 3 \leq x < 5 \\ 5 & \text{si } x = 5 \\ \frac{3x}{2x-5} & \text{si } x > 5 \end{cases}$$

**EJERCICIOS TASA DE VARIACIÓN MEDIA (TVM)**

a.-  $f(x) = x^2 - 5x$  en  $[2,3]$

b.-  $f(x) = e^x$  en  $[-1,1]$

c.-  $f(x) = \ln(x + 2)$  en  $[1,2]$

d.-  $f(x) = -x^2 + 6x - 8$  en i)  $[0,2]$ , ii)  $[4,6]$ , iii)  $[2,4]$

e.-  $f(x) = x^3 + 2$  en i)  $[-3, -1]$ , ii)  $[0,2]$ , iii)  $[5,7]$

f.-  $f(x) = -x^2 + 4x$  en  $[2'9, 3'1]$

g.- Calcula  $a$  de la funció següent per tal que  $TVM[0,2]=4$ .  $f(x) = \frac{ax-1}{2x+3}$

**EJERCICIOS RECTAS TANGENTES**

1. Determinar las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la gráfica de la función  $f$  dada por

$$f(x) = 2xe^x + \frac{x^3-2}{x^2+4}$$
 en el punto de abscisa  $x = 0$ .

2. Hallar el ángulo que forma con el semieje positivo de abscisas la recta tangente a la curva  $y = x^2 - 6x + 7$  en el punto  $x = 3$ .

3. Hallar los puntos de la curva  $y = x^3 - 3x + 1$  donde la tangente es horizontal.



### EJERCICIOS DE DERIVADAS

Calcula, aplicant la definició, la derivada de les següents funcions per als valors de  $x$  indicats:

- a)  $f(x) = x^3$ , quan  $x = 1$   
 b)  $f(x) = x^2 + 5x - 2$ , quan  $x = -2$   
 c)  $f(x) = \sqrt{x+2}$ , quan  $x = 2$   
 d)  $f(x) = \frac{2x}{x-3}$ , quan  $x = 6$

Deriva las siguientes funciones:

1) $f(x) = 3x^3 + \frac{2}{3}x^2 - x + 3\sqrt[3]{x}$	2) $f(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{3x^2}{2} - 2 - \frac{3}{x} + \frac{6}{x^3}$	3) $f(x) = x\sqrt{x} + \frac{1}{x^2\sqrt{x}} - \frac{3}{x^3\sqrt{x^2}}$	
4) $f(x) = \frac{3x^2\sqrt{x} - 2x\sqrt{x}}{5^4\sqrt{x^3}}$	5) $f(x) = x^2 \operatorname{sen} x + \sqrt{x} \cos x$	6) $f(x) = x^3 \ln x - \frac{1}{\sqrt{x}} \operatorname{tg} x$	
7) $f(x) = \frac{\operatorname{ctg} x}{\sqrt[3]{x^2}} - e^x$	8) $f(x) = e^x \operatorname{sen} x + e^x \cos x$	9) $f(x) = \sqrt{x} \operatorname{arctg} x$	
10) $f(x) = \frac{5x-2}{4x^2-1}$	11) $f(x) = \frac{x+e^x}{x-e^x}$	12) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{1-\operatorname{arctg} x}$	
13) $f(x) = \frac{x+\ln x}{x^3}$	14) $f(x) = \frac{\operatorname{sen} x + \cos x}{\operatorname{sen} x - \cos x}$	15) $f(x) = \frac{1}{x} + 2 \ln x - \frac{\ln x}{x}$	
16) $f(x) = xe^x \operatorname{sen} x$	17) $f(x) = \frac{x^3 \operatorname{sen} x}{\ln x}$	18) $f(x) = \sqrt{x} e^x$	
19) $y = (4x^3 + 6x - 2)^{17}$	20) $y = \sqrt{x^4 - 3x^2 + 6}$	21) $y = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2 - 5}}$	22) $y = (\operatorname{sen} x - \cos x)^5$
23) $y = x(\operatorname{arctg} x)^3$	24) $y = \frac{1}{(2x+1)^3}$	25) $y = \operatorname{sen} 3x + \operatorname{sen}^2 3x$	26) $y = \cos^3 x - \cos(x^3)$
23) $y = \ln(\operatorname{sen} x)$	28) $y = \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$		